

मॉक टेस्ट, 2019

Mathematics (गणित)
वार्षिक इंटरमीडिएट परीक्षा-2019

Time Allowed : 3 Hours

Max. Marks -100
Pass Marks -33

General Instructions :

सामान्य निर्देश :

All questions are compulsory.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Candidates are required to write the section code and the question number with every answer.

परीक्षार्थी प्रत्येक उत्तर के साथ खण्ड कोड एवं प्रश्न संख्या अवश्य लिखें।

The question paper consists of 29 questions divided into three sections- A, B and C.

Section A comprises of 10 questions of 1 mark each.

Section B comprises of 12 questions of 4 marks each and

Section C comprises of 7 questions of 6 marks each.

इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो तीन खण्डों – अ, ब और स में बाँटे हुए हैं।

खण्ड-अ में 10 प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है,

खण्ड-ब में 12 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 4 अंक के हैं तथा

खण्ड-स में 7 प्रश्न हैं जिनमें प्रत्येक 6 अंक के हैं।

Use of calculator is not permitted. However, you may ask for logarithmic and statistical tables. If required.

कैल्कुलेटर के उपयोग नहीं है। आवश्यकता हो तो परीक्षार्थी के मांग पर लघुगणकीय तथा सांख्यिकीय सारणी उपलब्ध करायी जा सकती है।

Section – A
खण्ड – अ
(Objective Questions)
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1. Let * be a binary operation by $a * b = 2ab + b - 1$, find the value of $3 * 4$ (1)

यदि द्विआधारी संक्रिया $a * b = 2ab + b - 1$ द्वारा परिभाषित है तो $3 * 4$ का मान ज्ञात कीजिए।

2. Find the value of $\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ (1)

$\sec^{-1}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$ मान ज्ञात कीजिए।

3. Construct a 2×2 matrix, whose elements are given by $a_{ij} = |i - j|$ (1)

एक 2×2 कोटि का आव्यूह की रचना कीजिए जिसके अवयव $a_{ij} = |i - j|$ के द्वारा परिभाषित हो।

4. Find the value of (मान ज्ञात करें) (1)

$$\begin{vmatrix} \cos \emptyset & -\sin \emptyset \\ \sin \emptyset & \cos \emptyset \end{vmatrix}$$

5. Find the slope of the tangent to the curve $y = x^2 - 2x$ at $x = 3$ (1)

वक्र $y = x^2 - 2x$ पर $x = 3$ के लिए स्पर्श रेखा की प्रवणता ज्ञात कीजिए।

6. Find (ज्ञात करें) $\frac{dy}{dx}$ if (यदि) $y = \log(\log x)$ (1)

7. Find the value of $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$ (1)

मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$

8. Find the projection of vector $(\hat{i} - \hat{j})$ on the vector $(\hat{i} + \hat{j})$ (1)

सदिश $(i - j)$ का प्रक्षेप सदिश $(i + j)$ पर ज्ञात कीजिए।

9. Find a vector in the direction of vector $\vec{a} = i - 2j$ that has magnitude of 7 units. (1)

7 युनिट मात्रा वाला सदिश ज्ञात कीजिए जो सदिश $\vec{a} = i - 2j$ की दिशा में है। (1)

10. Write the direction cosine of the vector $\vec{a} = i + j - 2k$ सदिश $\vec{a} = i + j - 2k$ का दिक्कोज्या ज्ञात कीजिए। (1)

Section B

खण्ड - ब

11. Let $f: \{2,3,4,5\} \rightarrow \{3,4,5,9\}$ and $g: \{3,4,5,9\} \rightarrow \{7,11,15\}$ be functions defined as $f(2) = 3, f(3)=4, f(4) = f(5) = 5$ and $g(3) = g(4) = 7$ and $g(5) = g(9) = 11,$ (1)

find gof ?

यदि $f: \{2,3,4,5\} \rightarrow \{3,4,5,9\}$ and $g: \{3,4,5,9\} \rightarrow \{7,11,15\}$ दो फलन इस प्रकार हैं

$f(2) = 3, f(3)=4, f(4) = f(5) = 5$ और $g(3) = g(4) = 7$ तथा $g(5) = g(9) = 11$ तो gof का मान ज्ञात कीजिए।

12. Write in simplest form: $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} |x| > 1$ (1)

सरल रूप में लिखें : $\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} |x| > 1$

13. Prove that (सिद्ध करें) (1)

$$\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(4-x)^2$$

or

$$\begin{vmatrix} 0 & a & -b \\ -a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{vmatrix} = 0$$

14. Find the value of K so that the function f is continuous at $x = \pi/2$ if (1)

$$f(x) = \frac{k \cos x}{\pi - 2x} \text{ if } x \neq \pi/2$$

$$f(x) = 3, \text{ if } x = \pi/2$$

K का मान ज्ञात कीजिए फलन f, $x = \pi/2$ पर सतत है यदि (1)

$$f(x) = \frac{k \cos x}{\pi - 2x} \text{ if } x \neq \pi/2$$

$$f(x) = 3, \text{ if } x = \pi/2$$

15. Differentiate $x^x - 2^{\sin x}$ with respect to x. (1)

x के सापेक्ष में $x^x - 2^{\sin x}$ का अवकलन ज्ञात कीजिए।

16. Find the intervals in which the function f given by (1)

$$f(x) = \sin x + \cos x, 0 \leq x \leq 2\pi \text{ is increasing or decreasing}$$

अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें फलन $f(x) = \sin x + \cos x, 0 \leq x \leq 2\pi$ वर्धमान या ह्रासमान हो।

Or

A particle moves along the curve $6y = x^3 + 2$. Find the points on the curve at which the y coordinate is changing 8 times as fast as the x coordinates.

एक बिन्दु वक्र $6y = x^3 + 2$ पर गतिशील है। उस वक्र पर एक बिन्दु ज्ञात कीजिए जिसका y निर्देशांक x निर्देशांक से 8 गुणा ज्यादा गति से परिवर्तित हो रही हो।

17. Find the value of (मान ज्ञात कीजिए) (1)

$$\int \frac{x+3}{x^2-2x-5} dx$$

18. Find the value of (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int \frac{2}{(1-x)(1+x^2)} dx$$

Or

- Find the value of (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int e^x \left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x} \right) dx$$

19. Find the value of (मान ज्ञात कीजिए)

$$\int_{\pi/6}^{\pi/6} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}}$$

20. If $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ then show that the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$ are perpendicular.

यदि $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ हो तो सिद्ध करें कि $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ परस्पर लंबवत हैं।

21. Find the distance of a point (2,5,-3) from the plane $6x - 3y + 2z - 4 = 0$
- बिन्दु (2,5,-3) का समतल $6x - 3y + 2z - 4 = 0$ से दूरी ज्ञात कीजिए।

Or

Find the equation of the plane that passes through 3 points as (1,1,-1), (6,4,-5), (-4,-2,3)

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो दिए गए तीन बिन्दुओं (1,1,-1), (6,4,-5), (-4,-2,3) से गुजरती है।

22. If $P(A) = 1/2$, $P(B) = 7/12$ and $P(\text{not } A \text{ or not } B) = 1/4$, State whether A and B are independent.

यदि $P(A) = 1/2$, $P(B) = 7/12$ एवं $P(\text{not } A \text{ or not } B) = 1/4$, है, तो क्या A एवं B स्वतंत्र घटनाएं है ?

Or

A family has 2 children. What is the probability that both of them are boys. (1)

If it is known that one of them is a boy.

एक परिवार में 2 बच्चे हैं। उनके लड़का होने की प्रायिकता क्या है यदि यह मालूम हो कि उनमें एक लड़का है।

Section-C

खण्ड-स

23. Solve the system of linear equation using matrix methods:-

(6)

रैखिक समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल करें।

$$x - y + z = 4$$

$$2x + y - 3z = 0$$

$$x + y + z = 2$$

Or

Obtain the inverse of the matrix using elementary operations:

प्रारंभिक संक्रियाओं के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

24. Find the maximum and minimum value of :

(6)

दिए गए फलन का महत्तम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 12$$

25. Find the area of a circle $x^2 + y^2 = a^2$ by integration

(6)

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल समाकलन द्वारा निकालें।

Or

Evaluate $\int_0^4 (x + e^{zx}) dx$ as a limit of a sum.

योगफल की सीमा के रूप में $\int_0^4 (x + e^{zx}) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

26. Solve the differential equation:

(6)

निम्न अवकल समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

$$(\tan^{-1} - x) dy = (1 + y^2) dx$$

Or

$$(x+y) dy + (x-y) dx = 0 \text{ if } y=1 \text{ When } x = 1$$

27. Find the shortest distance between the lines:

(6)

दिए गए दो रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात करें।

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda (2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$\vec{r} = (3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$$

28. A bag contains 4 red and black balls. Another bag contains 6 black 2 red balls. One ball is selected at random and a ball is drawn from it which is found to be red. Find the probability that the ball was taken out from the 1st bag. (6)

एक थैले में 4 लाल एवं 4 काली गेंदें हैं। दूसरे थैले में 6 काली और 2 लाल गेंदें हैं। एक थैला यदृच्छया चुना जाता है एवं उसमें से एक गेंद निकाली जाती है जो कि लाल है। प्रायिकता ज्ञात करें कि गेंद पहले थैले से निकाली गई थी।

Or

A man throws two dice. Find the probability of getting exactly 4 aces on both in 6 trails.

एक आदमी दो पासों को फेंकता है। 6 फेंक में 4 बार दोनों पर अंक एक आने की प्रायिकता क्या है ?

29. Minimize : (न्यूनतमीकरण करें।) $Z = 3x + 2y$

(6)

$$\begin{aligned} \text{Sub. to (जबकि)} \quad & 3x + y \leq 15 \\ & x + 2y \leq 10 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

7 8 (7)